

Solomon Marcus: Singurătatea matematicianului
(Știință)
A fi matematician



A te pretinde matematician este o cutezanta pe care putine persoane in cunostinta de cauza si-o pot permite. Si-a permis-o Norbert Wiener, in titlul autobiografiei sale, dupa ce comunitatea matematica internationala l-a recunoscut ca autor al unor importante notiuni si rezultate matematice si ca un deschizator de drumuri.

Dar un alt autor, Paul R. Halmos, cu o foarte buna reputatie in matematica, insa cu o clasa sub aceea a lui Wiener, a fost mai prudent si si-a intitulat volumul sau de memorii "*I want to be a mathematician*" (Doresc sa fiu matematician). Avem deci in vedere pe matematician in ipostaza sa majora. Drumul catre aceasta tinta poate fi o aventura care merita a fi relatata, chiar daca tinta nu este efectiv atinsa.

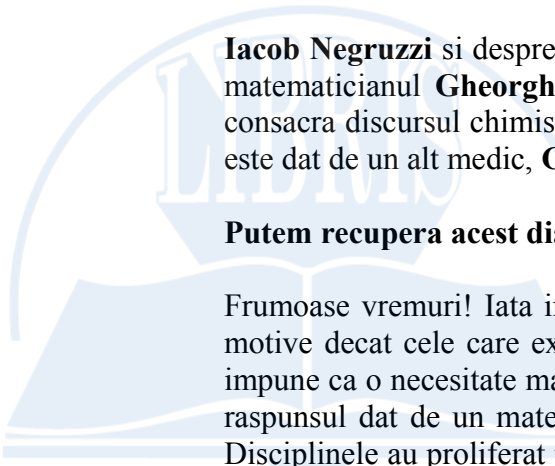
Surpriza

Atunci cand am devenit membru titular al acestui inalt for de cultura, am dorit sa-mi prezint cat mai curand discursul de receptie. Dar am vrut sa vad, in prealabil, ce au spus in discursurile lor de receptie profesorii mei. Am cautat deci discursurile prezentate de Simion Stoilow, Victor Valcovici, Octav Onicescu, Gheorghe Vranceanu, Miron Nicolescu, Gheorghe Demetrescu, Grigore C. Moisil, Alexandru Ghika, Nicolae Teodorescu. Le-am cautat si pe cele ale colegilor lor din alte centre universitare: Alexandru Myller, Octav Mayer, Mendel Haimovici, Tiberiu Popoviciu, Gheorghe Calugareanu. Rezultatul acestei cautari a fost dezamagitor: niciunul dintre ei nu si-a prezentat un discurs de receptie. Faptul se explica, fara indoiala, prin lipsa de libertate care a existat in Romania atunci cand acestia au fost primiti in Academie. Dar, chiar asa stand lucrurile, ma simteam oarecum stingherit si tot amanam discursul meu.

Pe vremea cand G. Titeica ii raspundea lui G. Enescu

Ma aflu acum intr-un moment in care orizontul meu temporal nu mai este foarte generos si de aceea m-am decis, dupa multe ezitari, sa ma prezint in fata acestui for, cu o incercare de recapitulare a unei vieti care ma umple de mirare.

Daca profesorii mei nu si-au tinut discursul de receptie, am mers la discursurile profesorilor profesorilor mei, ale celor pe care-i consider un fel de bunici spirituali. Surpriza nu a lipsit nici aici, dar ea a fost una placuta, plina de semnificatii. In acele vremuri, cultura romaneasca avea o anumita unitate. Disciplinele nu erau inca ferm constituite iar dialogul lor era modul normal de existenta. Inginerului, matematicianului si pedagogului **Petrache Poenaru**, care-si consacrase discursul de receptie rostit in anul 1871 lui **Gheorghe Lazar** si scolii romanesti, i-a raspuns scriitorul **George Sion**. Fizicianului, chimistului si matematicianului **Emanoil Bacaloglu**, care vorbise la 1880 despre calendar, i-a raspuns scriitorul si inginerul **Ion Ghica**. Discursului despre **Spiru Haret**, rostit de **Gheorghe Titeica** in 1914, i-a raspuns fizicianul si meteorologul **Stefan C. Hepites**. In 1933, compozitorul **George Enescu** isi prezinta discursul despre scriitorul



Iacob Negruzzi si despre intrarea muzicii la Academia Romana iar raspunsul este dat de matematicianul **Gheorghe Titeica**. In 1936, matematicianul **Dimitrie D. Pompeiu** isi consacra discursul chimistului **Petru Poni** si medicului **Ioan Cantacuzino**, iar raspunsul este dat de un alt medic, **Gheorghe Marinescu**.

Putem recupera acest dialog al disciplinelor?

Frumoase vremuri! Iata insa ca acum ne aflam intr-o perioada in care, din cu totul alte motive decat cele care explica situatia din urma cu o suta ani, dialogul disciplinelor se impune ca o necesitate majora. Ati vazut insa cata mirare a produs, in urma cu cativa ani, raspunsul dat de un matematician la discursul rostit in aceasta aula de un critic literar. Disciplinele au proliferat peste masura si uneori se uita ca valoarea lor culturala este data si de capacitatea lor comunicationala. Discursul de receptie al unui matematician nu se adreseaza numai colegilor sai de breasla, ci intregii comunitati academice. Nu ascund ca am fost tentat de a invita pe un coleg dintr-o alta sectie sa-mi dea raspunsul; dar a invins dorinta de a ma adresa cuiva care este martor de multe decenii la itinerarul meu spiritual si care are la activul sau o remarcabila opera de creatie, in buna masura interdisciplinara.

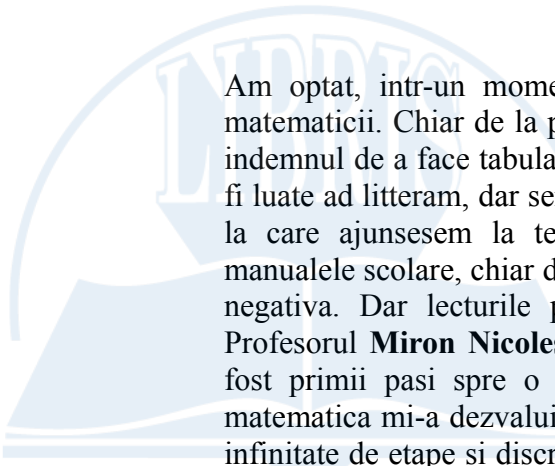
A cazut in desuetudine discursul de receptie?

Trebuie totusi sa ne intrebam daca discursul de receptie, in forma sa traditionala, mai este actual. Dupa cum ar fi cazul sa ne intrebam de ce nu se mai practica decat rareori lectia de deschidere la cursurile universitare. Am asistat, in aceasta Academie, la splendide discursuri de receptie ale unor membri de onoare din strainatate, in ciuda faptului ca pentru ei statutul nu prevede acest discurs. Cine poate uita prezenta in aceasta aula a lingvistului **Eugenio Coseriu** sau a scriitorului **Jean Lefèvre D'Ormesson**? Este mai important momentul titularizarii decat cel al primirii in Academie? Daca raspunsul este negativ – si poate ca acesta este cazul – atunci n-ar trebui ca momentul primirii in Academie sa fie si cel al discursului de receptie (cel putin pentru a fi consecventi cu denumirea acestui discurs)?

Singuratatea matematicii scolare

Rarele bucurii pe care mi le-a oferit matematica in adolescenta au venit nu atat din viata scolara propriu zisa, cat din ceea ce am putut afla in timpul meu liber. Mult mai puternica s-a dovedit atunci atractia pentru literatura si pentru filozofie, dar nu ca urmare a celor invatate la scoala, ci prin lecturile de acasa, din carti care nu faceau parte din programa scolara. Prima revelatie oferita de matematica am trait-o abia la varsta bacalaureatului, cand am citit ceva despre geometriile neeuclidiene, dar nu din cartile de scoala. Am realizat, pentru prima oara, frustrarea careia ii cad victima cei mai multi copii si adolescenti. Au trecut de atunci peste 60 de ani; in tot acest timp, am urmarit evolutia matematicii scolare. Dincolo de unele ameliorari locale si temporare, la varsta de 11, 12, 13 ani se produce ruptura de pe urma careia cei mai multi elevi resping matematica si o considera un fel de pedeapsa. Amintindu-ne de ceea ce scria revizorul scolar **Eminescu** despre predarea matematicii in scoala si de insemnarile lui **Spiru Haret**, putem conchide ca matematica scolara traieste, de un secol si jumatate, intr-o nemeritata singuratate.

“Faceti tabula rasa din matematica scolara!”



Am optat, într-un moment de mare derută din toamna anului 1944, pentru studiul matematicii. Chiar de la prima ora de curs, am primit de la Profesorul **Miron Nicolescu** indemnul de a face tabula rasa din matematica școlară. Desigur, aceste cuvinte nu puteau fi luate ad litteram, dar sensul lor profund îmi devenise clar. Era o confirmare a impresiei la care ajunseseam la terminarea liceului: adevărata matematică nu este aceea din manualele școlare, chiar dacă unele cunoștințe capătate din ele sunt utile. Era o constatare negativă. Dar lecturile privind geometriile neeuclidiene și primele ore de curs cu Profesorul **Miron Nicolescu**, cel care avea să-mi devină mentor și părinte spiritual, au fost primii pași spre o înțelegere a naturii reale a matematicii. Inițierea în analiza matematică mi-a dezvăluit două aspecte esențiale ale ei, atenția acordată proceselor cu o infinitate de etape și discrepanța dintre ceea ce devine inteligibil prin matematica acestor procese și ceea ce este vizibil, perceptibil pe cale directă. Dar mi-am dat imediat seama că aceste aspecte nu-mi erau necunoscute. Unde le mai întâlnisem? În poezia lumii, de la Eminescu, Arghezi, Blaga și Barbu la Edgar Poe, Baudelaire, Mallarmé și Rimbaud. Poezia are acces la infinitul existenței, la *“comportamentul ei asimptotic”*. În același timp, întocmai ca și matematica infinitului, poezia transgresează locul comun al existenței cotidiene, pentru a ne pune în contact cu aspectele anti-intuitive, paradoxale, ale existenței. În acest fel mi-am dat seama că veneam spre matematică marcat fiind de lecturile mele literare și filozofice.

Lecturile din anii '50

Prima propunere a unei teme de cercetare, din partea Profesorului **Miron Nicolescu**, nu m-a entuziasmat. Mi-a dat atunci un articol al lui **G. P. Tolstov** despre comportamentul derivatelor parțiale ale unei funcții de două variabile și m-a invitat să-i fac o lectură critică. Așa s-a născut primul meu articol. Profesorul îmi ghicise preferința pentru ceea ce se numea atunci patologia funcțiilor reale, un domeniu care se născuse în secolul al XIX-lea, ca urmare a nevoii de decantare și aprofundare a noțiunilor de bază ale analizei matematice. Aceasta preocupare a capatat amploare în secolul al XX-lea, prin Emile Borel, Henri Lebesgue, René Baire și Arnaud Denjoy în Franța, prin școala poloneză a lui Waclaw sierpinski, prin rușii N. Luzin, M. Suslin și N. Bary și prin Dimitrie Pompeiu, Simion Stoilow, Alexandru Froda și Miron Nicolescu, în România. În anii '50 ai secolului trecut, m-am aplecat cu atenție asupra acestor cercetări și am publicat câteva zeci de articole privind comportamentul anti-intuitiv al multimilor și funcțiilor reale.

Interesul pentru multimile și funcțiile urate

Totul era un joc de așteptări frustrate, deoarece faptele care făceau obiectul cercetării nu admiteau o reprezentare vizuală. Cine se gândește că, atunci când trasează o linie pe o foaie de hârtie, impune liniei respective constrângeri severe, cum ar fi obligația de a avea o tangentă în fiecare punct (eventual, cu excepția unui număr finit de puncte) și necesitatea ca acea tangentă să varieze în mod continuu (eventual, cu excepția unui număr finit de puncte)? Dar și cuvântul *“continuu”* are în matematică o semnificație mult mai generală decât corespondentul ei intuitiv. Noțiunea generală de curbă are o inteligibilitate incomparabil mai vastă decât partea ei vizibilă. Între inteligibil și vizibil se produce o tensiune care nu a scăpat filozofilor și cu atât mai puțin unui filozof matematician ca **René Thom**: vedem numai continuul (înțeles că ceea ce se opune

discretului), dar intelegem numai finitul.

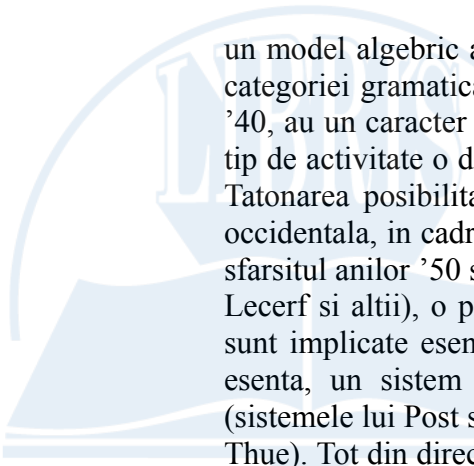
Nu au lipsit criticile care sustineau inutilitatea unor preocupari de acest fel. Dar istoria nu le-a dat dreptate. Acele multimi si functii “urate” s-au dovedit a fi precursori ale obiectelor care aveau sa constituie punctul de plecare in geometria fractala a naturii, propusa in anii '70 ai secolului trecut de **Benoit Mandelbrot**. Obiectele fractale se afla peste tot in jurul nostru: norii si coastele oceanelor, fulgii de zapada si miscarea browniana, fenomenele biologice si cele financiare, literatura fractala si muzica fractala. **Baudelaire** si, pe urmele sale, **Arghezi** au introdus uratul in poezie, parca in intelegere cu autorii fractalilor.

Suntem suma reactiilor celorlalti

Trecerea de la studentie la predare si cercetare a insemnat, in buna masura, trecerea de la matematica din cursuri si manuale la aceea din monografii, tratate si, mai ales, reviste de specialitate. Matematica vie, aceea care te introduce in laboratorul de lucru al matematicianului, este numai aceea din reviste (cele de cercetare, nu de popularizare). In revistele de data recenta, gasesti rezultatul celor mai proaspete framantari si cautari ale cercetatorilor. Imi aduc aminte emotia cu care intram, in anii '50 si '60 ai secolului trecut, in Biblioteca de Matematica a Universitatii din Bucuresti sau in aceea a Institutului de Matematica al Academiei, avand mereu ca prima intrebare: *Ce noutati ati mai primit?* Dar si placerea de a te cufunda in lectura celor care, intr-un trecut mai mult sau mai putin indepartat, au fost chinuti de intrebari si curiozitati asemanatoare celor de azi, ale tale, nu este de subapreciat. Pastrez si acum zeci de caiete in care copiam fragmente din articole care ma interesau; era o vreme in care, nu numai ca nu exista inca internetul, dar nici xeroxul nu aparuse iar procedee mai rudimentare de copiat erau si ele un lux. Asa mi s-a cristalizat caracterul de stafeta al cercetarii. Pornesti de la probleme, idei si rezultate ale altora, incerci sa faci un pas mai departe si, daca reusesti sau numai crezi ca ai reusit, incerci sa transmitsi altora mesajul tau. Astepti cu infrigurare reactia lor, pentru a testa in acest fel coerenta, corectitudinea si interesul mesajului respectiv si pentru a vedea in ce fel este, la randul sau, dus mai departe. Asa cum un parinte este interesat sa vada cum evolueaza propria-i odrasla, ca autor al unei lucrari doresti sa urmaresti ecoul ei. Nu cumva tocmai in aceste reactii ale altora se afla o sursa pretioasa pentru preocuparile tale ulterioare? Nu cumva tocmai in acest dialog generalizat se afla esenta activitatii de cercetare, a creatiei, in general? Banuind ca raspunsul corect la aceste intrebari este cel afirmativ, m-a preocupat, de la primii pasi in cercetare, impactul activitatii mele. in masura in care l-am putut urmari (intr-o vreme in care comunicarea cu lumea era dificila), l-am inregistrat cu grija iar cele peste o suta de caiete care s-au acumulat in aceasta privinta fac parte organica din biografia mea intelectuala. Acum, internetul faciliteaza considerabil urmarirea acestui aspect. Biografia noastra in domeniul creatiei culturale a devenit in mare masura publica.

Anii 1956-1957: umanistica in haine noi

In 1956 apare articolul lingvistului **Noam Chomsky** privind trei modele matematice de descriere lingvistica iar in 1957 apare cartea acestuia syntactic structures, in care modelul anterior este detaliat si explicat pe indelete. Pe de alta parte, in aceiasi ani, apar la Moscova cateva articole orientate si ele spre o alianta intre lingvistica si matematica: A. N. Kolmogorov propune un model algebric al cazului gramatical, V. A. Uspenski publica

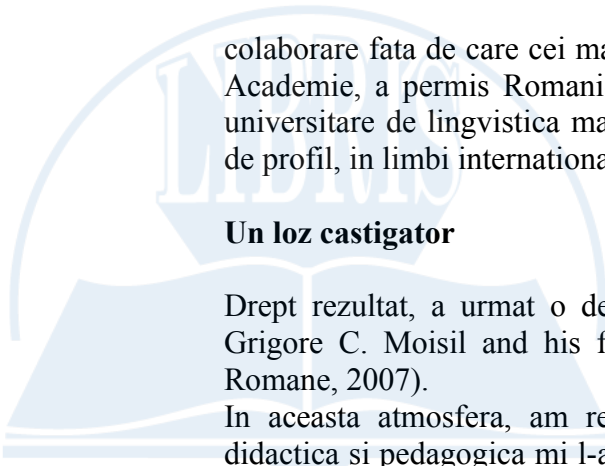


un model algebric al partii de vorbire iar R. L. Dobrushin propune un model algebric al categoriei gramaticale. Primele experimente de traducere automata, incepute inca in anii '40, au un caracter predominant ingineresc, dar in 1958 O. S. Kulagina extrage din acest tip de activitate o descriere a notiunilor de baza ale gramaticii pe baza teoriei multimilor. Tatonarea posibilitatilor de traducere automata si de documentare automata in Europa occidentala, in cadrul Euratom, si in s.U.A., de exemplu, prin David Hays, conduce, spre sfarsitul anilor '50 si inceputul anilor '60, la diverse idei de proiectivitate sintactica (Yves Lecerf si altii), o provocare interesanta pentru teoria grafurilor. In toate aceste activitati sunt implicate esential logica matematica (gramatica generativa a lui Chomsky este, in esenta, un sistem formal in sensul lui Hilbert) si unele capitole de combinatorica (sistemele lui Post si probleme de tipul celor propuse la inceputul secolului trecut de Axel Thue). Tot din directie logico-matematica provin ideile lingvistice si logice ale lui Y. Bar-Hillel (1953) si J. Lambek (1958). F. Harary si N. Paper propun in 1957 un calcul al distributiei fonemelor, N. Chomsky prezinta in 1958 o analiza a relatiei dintre lingvistica, logica, psihologie si calculatoare; in acelasi an, Y. Bar-Hillel analizeaza procedurile de decizie in limbile naturale. M. Masterman discuta in 1957 relatia dintre semantica si sintaxa in traducerea automata. La toate acestea trebuie sa adaugam articolul lui S. C. Kleene din 1956, privind reprezentarea evenimentelor in retele nervoase si in automate finite, in ordinea de idei inaugurata de articolul din 1943 al lui W. S. McCulloch si E. Pitts, asupra unui calcul logic al ideilor implicate in activitatea nervoasa.

Cum puteam ramane indiferent la noile evolutii?

Sa rezumam. Dezvoltari din directii foarte diferite fac jonctiunea in a doua parte a anilor '50, aducand intr-o albie comuna discipline dintre cele mai diverse: lingvistica, psihologia (Chomsky considera lingvistica generativa un capitol al psihologiei cognitive), calculatoarele, matematica, logica si biologia; dar prin teoria informatiei, in plin elan atunci, s-a facut legatura si cu fizica, in special cu termodinamica. Inutil sa mai adaugam ca filozofia se afla in fata unor provocari fara precedent. Evenimentele enumerate aveau loc intr-un moment in care se nastea informatica in Romania, sub bagheta extraordinarului dirijor de energii creatoare care a fost Grigore C. Moisil. si pentru ca, vorba poetului, toate aceste lucruri trebuia sa poarte un nume, s-au inventat diverse etichete, una dintre ele fiind lingvistica matematica. Sintactic, nu putem alatura decat doi termeni; dar era clar ca noile preocupari nu combinau numai doua domenii, ci mai multe. Marea noutate consta in faptul ca se aflau impreuna cel putin sase discipline, dintre care trei din domeniul socio-uman. Se mai aflau impreuna stiinta si ingineria. Polaritatea pascaliana "*spiritul de geometrie, spiritul de finete*" si contrastul dintre cele doua culturi, la care se referea C. P. Snow, primeau o provocare fara precedent. Ne aflam in plina transdisciplinaritate.

Cum puteam ramane indiferent la aceste evolutii? Am intrat in joc. Am simtit ca unor energii care asteptau de mult sa se dezlantuie le-a venit ceasul. Intr-un timp record, m-am initiat in lingvistica structurala, disciplina prin care te apropii de noile preocupari din directia lingvisticii. Am fost ajutat in aceasta privinta de discutiile cu Emanuel Vasiliu, cel mai apropiat de logica si de matematica, dintre lingvistii romani ai acelui moment, si de Paula Diaconescu, entuziasta cercetatoare in analiza structurala a limbii romane; amandoi, de la Catedra de limba romana a Universitatii din Bucuresti, catedra condusa de Profesorul Alexandru Rosetti. Lor, li s-au adaugat ulterior Edmond Nicolau si Sorin Stati. Intre Rosetti si Moisil a existat o atractie magnetica, ei au incurajat si sprijinit o



colaborare fata de care cei mai multi se aratau sceptici. Sprijinul lor, la Universitate si la Academie, a permis Romaniei sa fie una dintre primele tari in care s-au tinut cursuri universitare de lingvistica matematica si computationala si in care s-a infiintat o revista de profil, in limbi internationale.

Un loz castigator

Drept rezultat, a urmat o dezvoltare vertiginoasa, oglindita partial in recentul volum Grigore C. Moisil and his followers in theoretical computer science (Ed. Academiei Romane, 2007).

In aceasta atmosfera, am redactat cursul de lingvistica matematica pe care Editura didactica si pedagogica mi l-a publicat in 1963, cu rezerva considerata normala fata de o intreprindere aparent hazardata. Entuziasmul ma impiedica sa sesizez caracterul aparent utopic al traseului pe care ma angajam. Cursul se baza in buna masura pe cercetarile mele personale, publicate in reviste. Pentru a ma testa, am trimis cartea la cateva adrese universitare potential interesate intr-o atare aventura. A fost un loz castigator. A urmat publicarea ei la New York, la Paris, la Moscova si la Praga. Marile enciclopedii Brockhaus, Encyclopaedia Universalis, Enciclopedia Einaudi, Great soviet Encyclopedia, Enciclopedia of Mathematics si numeroase enciclopedii de lingvistica, de cibernetica, de informatica au mentionat una sau alta dintre versiunile cartii. Traiam astfel o experienta noua, nu mai ramaneam cantonat intr-un domeniu cu granite destul de precise, ci ma aflam pe un traseu transdisciplinar, care ma obliga sa invat nu numai lingvistica, ci si biologia sistemului nervos, biologia ereditatii, logica, psihologie cognitiva, structura limbajelor de programare si anumite capitole de matematica discreta care nu erau pe linia antrenamentului meu anterior, din studiul functiilor reale si al topologiei generale.

Am simtit tot timpul, in aceasta noua etapa, sprijinul Profesorilor Rosetti, Moisil si Miron Nicolescu. Atunci am descoperit faptul ca, prin interactiune cu disciplinele socio-umane, matematica si calculatoarele dobandesc, pentru un public destul de larg, o valoare culturala

In fata unei noi provocari

In perioada initiala a activitatii mele de cercetare, in care eram preocupat exclusiv de probleme de analiza matematica, ma multumeam sa comunic despre ele numai cu matematicieni. De indata ce am trecut la o activitate transdisciplinara, am devenit un interlocutor interesant pentru persoane din toate domeniile, inclusiv pentru scriitori, pentru filozofi si pentru gazetari. Toti ma asaltau cu intrebari care tradau mirarea lor fata de o posibila legatura intre matematica si calculatoare, pe de o parte, si lingvistica, biologie si psihologie, pe de alta parte. Descopeream astfel din nou singuratatea matematicianului. Scoala nu le daduse nicio idee despre alte conexiuni ale matematicii decat cele cu fizica (si chiar despre acestea, informatia era derizorie). Interlocutorii mei, de multe ori oameni cu o bogata cultura, nu-si imaginau ca matematica ar putea fi si altceva decat un sir de calcule cu impact preponderent ingineresc si se mirau afland ca in matematica mai sunt multe probleme care-si asteapta raspunsul si ca mereu apar probleme noi. Posibilitatea unei matematici a calitatii, a structurii, li se parea in conflict cu natura ei. Dealtfel, am constatat ca si despre lingvistica reprezentarea multora era derizorie, nu-si imaginau ca aceasta stiinta are si altceva de facut decat stabilirea normelor de vorbire si scriere corecta.

Matematica: o unealta utila uneori

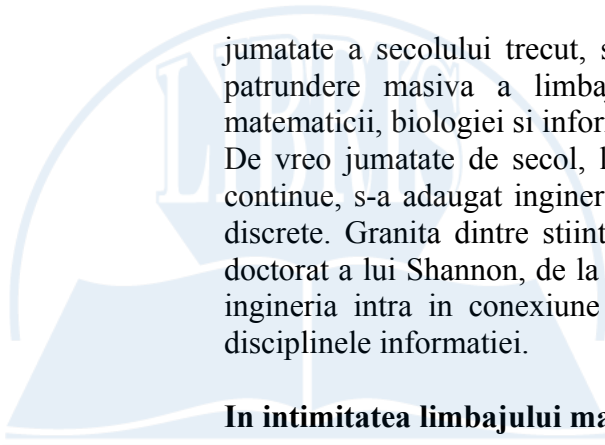
Prin anii 1950-1951, eram si asistent la cursuri de matematica de la Politehnica bucuresteană, la Electrotehnica, la Energetica si la Chimie industrială. Intr-o zi, sunt invitat de Profesorul Spacu, decan la Chimie, care-mi atrage atentia ca seminarul meu este prea teoretic. *“Din matematica, chimia nu are nevoie decat de putin peste regula de trei”*. Cursul la care faceam seminarul era tinut de Profesorul Raclis, care ma pusese in garda chiar de la prima intalnire: *“sa nu cumva sa incerci sa faci demonstratii, ca esti un om pierdut!”* L-am urmarit cu atentie; enunturile erau validate prin expresii de tipul *“se vede pe figura ca...”* Figurile erau executate cu crete colorate si impresiau prin acuratete. Accentul cadea pe procedee, descompuse in pasi caligrafiati si numerotati cu grija pe tabla. Cred ca a fost unul dintre cele mai apreciate cursuri. Nu m-am putut incadra in aceasta conduita si am parasit Politehnica, pentru a ma dedica in intregime activitatii mele la Universitatea din Bucuresti, ca asistent al Profesorului Miron Nicolescu. De atunci, am urmarit cu atentie statutul matematicii in invatamantul ingineresc. In urma cu vreo 20 de ani, in cadrul unor dezbateri pe aceasta tema, se cristalizasera doua puncte de vedere. Pentru unii, ca Profesorul **Dorin Pavel**, gandirea inginerasca nu se formeaza prin matematica iar rolul acordat matematicii la admiterea in Politehnica si pe parcursul studiilor este exagerat. Nici Profesorul D. Drimer nu parea a fi departe de acest punct de vedere. Pentru ei, matematica in inginerie era o simpla unealta, utila uneori. Nimic mai mult. Cu o alta ocazie, si Profesorul **Remus Radulet** exprimase o opinie similara. Pentru altii, ca Profesorul **Radu Voinea** si Profesorul **Alexandru Balaban**, matematica este pentru inginer si un mod de gandire exemplar iar prezenta matematicii la admiterea in Politehnica si pe parcursul studiilor trebuie intarita.

Matematica, de la unealta la limbaj

Fizicienii teoreticieni obisnuiesc de multa vreme sa considere functia de limbaj a matematicii, cu referire la capacitatea acesteia de a da o expresie concentrata si riguroasa anumitor relatii. Limbajul matematic este, de la Newton si Galilei incoace, modul de a fi al unor vaste capitole ale fizicii. Dezvoltarea teoriei ecuatiilor diferentiale s-a aflat intr-un metabolism permanent cu dezvoltarea fizicii. Ecuatiile diferentiale si cele integrale au devenit modul predominat de exprimare a legilor fizicii. In secolul al XX-lea, ca urmare a dezvoltarii teoriei relativitatii si a mecanicii cuantice, in “jocul” dintre fizica si matematica mingea este mereu si mereu pe terenul matematicii; limbajul matematic nu mai este simtit aici ca rezultat al unei operatii de traducere a unor situatii nematematice, rezultand din observatie si experiment, ci devine pur si simplu modul de existenta al fenomenelor fizice.

Apropierea dintre economie si matematica are o istorie de cateva secole. In secolul al XX-lea si mai ales in a doua jumatate a acestuia, limbajul matematic a devenit modalitatea predominanta de exprimare a fenomenelor economice, fapt oglindit de un mare numar de premii Nobel in economie acordate unor lucrari foarte matematizate. Acest fapt nu este strain de aparitia si dezvoltarea teoriei jocurilor de strategie, avand ca protagonisti pe John von Neumann, Oskar Morgenstern si John Nash.

Un alt domeniu in care matematica a patruns in mod masiv este biologia. In prima jumatate a secolului al XX-lea a avut loc o utilizare mai degraba sub forma de unealta a ecuatiilor diferentiale, a teoriei probabilitatilor si statisticii matematice. In a doua



jumatate a secolului trecut, studiul sistemului nervos si al ereditatii a beneficiat de o patrundere masiva a limbajului matematic, rezultat din dezvoltarea combinata a matematicii, biologiei si informaticii.

De vreo jumatate de secol, la ingineria energiei, bazata in primul rand pe matematici continue, s-a adaugat ingineria informatiei, care face apel in primul rand la matematici discrete. Granita dintre stiinta si inginerie devine tot mai problematica. De la teza de doctorat a lui Shannon, de la sfarsitul anilor '30 ai secolului trecut, logica matematica si ingineria intra in conexiune directa iar limbajul matematic a devenit esential pentru disciplinele informatiei.

In intimitatea limbajului matematic

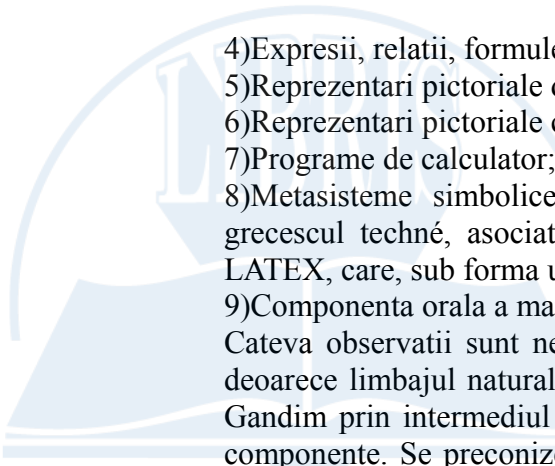
De la limbaj i se trage, in primul rand, matematicianului, singuratatea in care se afla, deci merita sa-i acordam o atentie speciala.

Exista realmente un limbaj matematic, sau este vorba aici de o simpla metafora? Cand se pretinde ca Jean-Jacques Rousseau s-a servit de limbajul matematic pentru a explica teoria sa asupra guvernarii (Marcel Françon, "*Le langage mathématique de Jean-Jacques Rousseau*", Isis 40 (1949), 341-344), despre ce anume este vorba? In primul capitol din cartea a treia a Contractului social, Rousseau isi propune sa studieze diferite tipuri de relatii si forte intermediare implicate in actul guvernarii. Pentru a se face mai clar si mai sugestiv, recurge la o utilizare metaforica a rapoartelor si proportiilor din algebra elementara. O metafora de acelasi tip avea sa fie folosita in urma cu vreo 30 de ani de Samuel Huntington, intr-o carte a sa de stiinte politice. sintagma limbaj matematic este, de cele mai multe ori, folosita la modul metaforic, pentru a numi o utilizare locala, pasajera, a unei analogii cu un termen sau cu un simbol matematic; alteori, dar la fel de abuziv, se desemneaza prin aceasta sintagma folosirea locala a unei anumite formule, intr-un text care, in cea mai mare parte a sa, nu are nimic comun cu matematica.

Dar nici termenul de limbaj luat singur nu este mai putin echivoc. Predomina utilizarile sale metaforice sau echivalarea sa cu un sistem arbitrar de semne. In consecinta, expresii ca limbajul florilor sau limbajul culorilor raman fara acoperire, dar acceptate ca metafore. In ce conditii devine limbaj un anume sistem de semne, iata o problema foarte controversata, pe care nu o putem discuta aici. Cercetari mai aprofundate au condus la ipoteza general acceptata, conform careia sistemul de semne folosit in matematica are cele mai multe trasaturi ale unui limbaj. Ca orice sistem de semne, un limbaj este dotat cu trei niveluri": sintactic, semantic si pragmatic. Limbajelor li se mai cere, de obicei, sa aiba o structura secventiala. Aceasta conditie nu prea este indeplinita de limbajul matematic, in a carui tesatura intervine, dupa cum a observat Josh Ard, o dinamica de tipul montajului vertical la care se referea Eisenstein in legatura cu filmul. Dar sa vedem din ce anume este alcatuit limbajul matematic.

Componentele limbajului matematic

- 1) Limbajul natural (predominant in varianta limbii engleze);
- 2) Elemente ale limbajului natural, folosite ca simboluri artificiale (a, b, c, x, y, A, B, sin, dy/dx, p, ?, G, ?, a, β, ? etc);
- 3) Simboluri, altele decat cele de la 2): 0, 1, 2, 3, ..., simbolurile de disjunctie si de conjunctie logica, cele de reuniune, intersectie si incluziune relative la multimi, simbolul de apartenenta al lui Peano, simbolul integralei etc.;

- 
- 4)Expresii, relatii, formule, ecuatii etc. formate cu ajutorul entitatilor de la 2) si 3);
 - 5)Reprezentari pictoriale discrete (grafuri, matrici, diagrame etc);
 - 6)Reprezentari pictoriale continue (curbe, suprafete etc);
 - 7)Programe de calculator;
 - 8)Metasisteme simbolice, cum ar fi limbajul programabil de printare TEX (dupa grecescul techné, asociat cu latinescul texere) si cu derivatele sale, ca AMS.TEX si LATEX, care, sub forma unor comenzi, reglementeaza tiparirea textelor matematice;
 - 9)Componenta orala a matematicii.

Cateva observatii sunt necesare. Componenta semnalata la 1 este cea mai importanta, deoarece limbajul natural directioneaza intregul comportament al limbajului matematic. Gandim prin intermediul limbajului natural, chiar atunci cand ne prevalam de celelalte componente. Se preconizeaza, ca o medie, un echilibru prin care jumătate dintr-un text matematic ramane scris in limbaj natural. Nu trebuie confundat limbajul matematic cu limbajul axiomatic deductiv sau cu cel formalizat. Matematica nu este si (stim acum) nu poate fi in intregime formalizata. Este uimitor felul in care toate aceste imperative de igiena a educatiei sunt ignorate in matematica scolara, in diferitele ei variante: manuale, predare la clasa, reviste pentru elevi, examene, concursuri. Reducem educatia la aspectul ei sintactic, ignorand dimensiunea ei semantica. Dar semnificatiile se exprima in cuvinte, pentru a le intelege si exprima trebuie sa construiesti un discurs. Este exact ceea ce scoala nu reuseste. Acest esec se transmite de la scoala la universitate si de la universitate in cercetare; modul in care ideile matematice sunt asimilate si utilizate este profund afectat de aceasta intelegere fragmentara a lor.

Prezenta componentelor 2, 3 si 4 arata ca limbajul matematic are o structura mixta, fiind alcatuit dintr-o componenta naturala si alta artificiala. Stim acum ca in componenta artificiala se regasesc toate functiile componentei naturale: metafora, metonimie, ambiguitate, relatii de coordonare si de subordonare etc. Ca urmare a prezentei componentelor 4, 5 si 6, limbajul matematic devine bidimensional si, uneori, tridimensional. O liniarizare fortata rapeste matematicii din forta sa euristica si sugestiva. sa mai observam ca limbajul matematic se prevaleaza atat de reprezentari discrete cat si de reprezentari continue. Fiind un limbaj scris, el este esential vizual. Componenta 9 are in vedere prezentarea orala a matematicii, care are alte reguli decat cea scrisa; nu dezvoltarea detaliilor, ci sublinierea ideilor, a contextului cultural-istoric, a cotiturilor periculoase. Prezentarea orala atenuaza liniaritatea discursului scris, prin distribuirea mai nuanzata a accentelor. Dar, dupa cum observa **Dan Barbilian**, un rezultat matematic nu se poate valida decat pe baza formei sale scrise.

Funcțiile limbajului matematic

Putem acum sa contemplam, in toata splendoarea sa, aceasta cucerire a spiritului uman care se numeste limbajul matematic

Acest limbaj exploateaza sinonimia sa infinita. Orice enunt se poate reformula intr-un mod echivalent. Demonstratiile se bazeaza pe aceasta parafrizare potential infinita a ipotezelor, proces care duce, dupa un numar finit de pasi, la concluzia dorita. in aceasta activitate, sunt folosite deopotriva relatii anaforice si cataforice. Este manifesta tendinta de reducere a fenomenelor de omonimie, dar nu se poate ajunge la anihilarea lor totala. Caracterul esential metaforic al limbajului matematic provine in primul rand din procesele de generalizare. De exemplu, trecerea de la numere rationale la cele irrationale, in cazul de referinta al evaluarii lungimii diagonalei unui patrat cu latura egala cu

unitatea, s-a bazat pe cautarea unui numar care sa se afle fata de 2 intr-o relatie similara celeia in care se afla n fata de patrutul lui n . Procesul metaforic se refera aici nu la o entitate preexistenta, ci la una care se construiește prin emergenta procesului respectiv. Este deci vorba de metafore autoreferentiale. Metafora declansata de Pitagora, in legatura cu diagonala patrutului unitate, a avut nevoie de 2000 de ani pentru a conduce la conceptul de numar real si, in cadrul acestuia, la conceptul de numar irational. Mai sunt apoi metaforele care sugereaza o legatura cu lumea contingenta: frontiera, filtru, numar rational, numar transcendent etc.

Metonimia tine si ea de natura intima a matematicii. O problema esentiala este citirea proprietatilor unei multimi pe o parte cat mai restransa a ei. Cele mai multe numere reale sunt reprezentate printr-o parte finita a lor, deoarece nu cunoastem reprezentarea lor esential infinita si neperiodica. In afara de relatia intreg-parte, este foarte importanta relatia de contiguitate determinata de inferente de diverse tipuri: inductii, deductii si abductii.

Semantica limbajului matematic este, ca si aceea a limbajului comun, de doua feluri: aditiva (cand semnificatia intregii expresii se obtine prin concatenarea semnificatiilor componentelor) si integrativa (cand semnificatia intregii expresii este diferita de semnificatia obtinuta prin concatenarea semnificatiilor componentelor). Un exemplu de al doilea tip este obtinut prin plasarea semnului integralei in fata expresiei $f(x)dx$. In acest caz, dx nu mai inseamna differentiala lui x iar alaturarea dintre $f(x)$ si dx nu are semnificatia de produs. Dar notatia se explica prin dorinta pastrarii analogiei cu sumele din care provine respectiva integrala, printr-un proces de trecere la limita.

Limbajul matematic realizeaza de multe ori un proces de optimizare semiotica, asemanator celui poetic. Este suficient sa ne referim la cazul simplu al puterii a n -a a unui binom $a+b$. Putem exprima in cuvinte aceasta putere pentru valori mici ale lui n , dar, deodata ce valoarea lui n creste, pierdem controlul. Simbolismul matematic ne salveaza.

Narativitate si dramatism in demonstratia matematica

Dimensiunea narativa a limbajului matematic este vizibila in itinerarele de cursa lunga, de tipul demonstratiilor maratonice care au condus la validarea teoremei celor patru culori, a teoremei lui Fermat, a conjecturii lui Kepler etc. **André Gide** compara romanul cu o teorema, dar teorema se poate afla uneori la capatul unei aventuri in care apar momente cu adevarat dramatice. De exemplu, teorema de clasificare a grupurilor simple finite, cu sute de autori, s-a aflat intr-o astfel de situatie atunci cand, in urma cu peste zece ani, murise singurul care stia cum sa articuleze intr-un intreg rezultatele parțiale ale diversilor autori. Demonstratiile cu ajutorul programelor de calculator ridica probleme delicate, privind controlul acestor programe. Imposibilitatea de a obtine certitudinea adevarului anumitor teoreme este de un dramatism pe care timp de doua mii de ani nimeni nu l-a crezut posibil. semnificativ din acest punct de vedere este textul cu care Redactia revistei *Annals of Mathematics* prefateaza publicarea demonstratiei conjecturii lui Kepler, publicare aprobata in ciuda faptului ca referentii nu au putut ajunge la validarea cu certitudine a demonstratiei conjecturii respective.

Urmărirea greselilor comise in incercările de demonstrare a unei ipoteze importante ne permite sa intelegem cum anume o greseala poate deveni o sursa de creativitate. Sirul de greseli comise in incercările succesive de demonstrare a teoremei lui Fermat este unul dintre cele mai frapante exemple de acest fel. Chiar autorul demonstratiei acestei teoreme a comis, in prima sa tentativa, o greseala, pe care a indepartat-o ulterior. O greseala locala

a lui Lebesgue, într-un celebru memoriu al său, l-a condus, pe cel care a descoperit-o, la deschiderea unui nou capitol de topologie, teoria multimilor analitice și proiective.

Teatralitatea limbajului matematic

Cuvântul teorema are, după etimologia sa greacă, semnificația de spectacol. După exemplele date mai sus, înțelegem că drumul spre o teorema poate fi într-adevăr un spectacol. Acest drum abunda în capcane și este nevoie de multe ori de efortul catorva generații de temerari care să le înfrunte, pentru a se ajunge la un rezultat; alteori nici câteva generații nu sunt suficiente. Contrastul dintre caracterul foarte elementar al unor enunțuri, cum ar fi conjectura lui Goldbach (orice număr par superior lui 2 este suma a două numere prime), și dificultatea de a le demonstra sau infirma, chiar atunci când se pun în mișcare rezultate și instrumente dintre cele mai fine, îi poate scandaliza pe matematicieni, dar, în același timp, îi stimulează și îi ambicionează în a-și multiplica eforturile în direcția respectivă.

În cartea lor *What is Mathematics?* (Oxford University Press, London, 1941-1946), Richard Courant și Herbert Robbins se referă la natura teatrală a analizei matematice. În definirea notiunilor de bază, ca limita unui șir, convergența sa, limita, continuitatea, derivabilitatea și integrabilitatea unei funcții etc., întâlnim mereu același scenariu: două personaje, A și B, primul punându-l mereu la încercare pe al doilea. În cazul convergenței șirurilor, A propune o valoare strict pozitivă a lui ϵ iar B trebuie să stabilească dacă există un număr natural N astfel încât, pentru m și n mai mari decât N , o anumită inegalitate, incluzând pe ϵ , pe m și pe n , este satisfăcută. Însa B trebuie să facă fața acestui test oricare ar fi valoarea strict pozitivă a lui ϵ ; nu e, ca în basmul popular, unde eroul trebuie să facă fața, de obicei, la trei încercări.

Matematica, tragedia și comedia, la vechii greci

Tragedia se asociază cu fenomenele de *hybris* și *nemesis*. *Hybris*-ul este eroarea tragică, ce-l duce pe erou la moarte, după ce a ignorat avertismentul zeilor. Pentru Scott Buchanan (*Poetry and Mathematics*, The John Day Company, New York, 1929, p.175-197), *hybris*-ul este atitudinea de aroganță sau de insolentă a unei naturi oarbe. *Nemesis*-ul este rezultatul acestei aroganțe: faptele se răzbună pe cel care le-a ignorat. Dar un personaj tragic trebuie nu numai să pacatuiască prin *hybris*, ci și să aibă darul ironiei. *“Tragedia procedează prin analogie și prin substituție omogenă în gândirea rațională a eroului. Evenimentele sunt pregătite, controlate și interpretate, în așa fel încât să fie în concordanță cu ipoteza. Are loc o dezvoltare care tinde spre integrare și generalitate”*.

În matematică, lucrurile decurg în mod asemănător. Comportamentul unei funcții este tatonat prin observarea valorilor funcției atunci când se dau anumite valori particulare argumentului. Grecii foloseau acest procedeu pentru a identifica ceea ce ulterior avea să se numească *“valorile limită ale funcției”*; pe această cale, ei rezolvau unele ecuații. O atare metodă avea să capete o formă riguroasă abia cu dezvoltarea calculului diferențial, mai precis, prin noțiunea de dezvoltare în serie Taylor a unei funcții, cu ajutorul derivatelor ei succesive.

În cazul comediei, situația este diferită. Îl cităm pe Scott Buchanan: *“Aici se procedează prin variație foarte largă și prin substituție heterogenă. Fiecare schimbare de direcție a acțiunii marchează descoperirea unei inconsistente, a unui plan care nu funcționează, a unei situații paradoxale. Și aici avem o dezvoltare, dar în faza de discriminare a*

capacitatii de a opera distinctii. Eroul unei comedii sau este capabil de a sesiza orice gluma, orice vorba de spirit, sau nu-i in stare sa inteleaga niciuna. in acest fel, toate ideile pot avea o sansa egala de conflict sau de purificare. Comedia de moravuri se bazeaza pe substitutia de idei”.

Dependenta de contexte lungi

Fenomenele de textualitate, de intertextualitate si de hipertextualitate, in linia de gandire a unor M Bakhtin, J. Kristeva si a celor care, prin hipertextualitate, au transgresat secventialitatea textului traditional, sunt la ele acasa in matematica. Intr-adevar, intr-un text matematic se manifesta, mai mult decat in orice alt text, fenomenele de dependenta la distanta. Suprimati dintr-o carte de matematica primele zece pagini si riscati sa nu mai intelegeti aproape nimic din rest. O operatie similara intr-o carte de geografie sau de istorie are un efect neglijabil. Faptul se explica prin structura textelor matematice; prin constructia in etape, in care fiecare etapa se bazeaza in mod riguros si explicit pe etapele anterioare. Desigur, in orice demers procedam in etape care se folosesc de etapele precedente, dar de cele mai multe ori acest lucru se face prin reamintirea faptelor anterioare care urmeaza a fi utilizate. in matematica, preluarea notiunilor, conventiilor si rezultatelor anterioare are o asemenea amploare, incat reluarea lor, de fiecare data cand ele sunt invocate, ar pune la grea incercare atentia si memoria si ar sabota functia euristica a limbajului. Achizitiile etapelor anterioare trebuie ordonate cu grija, asa cum se procedeaza intr-o locuinta, prin gruparea diferitelor obiecte in dulapuri, sertare, cutii diferite. In matematica, aceasta ordonare impune folosirea unei anumite terminologii si a unui anumit simbolism, prin care desemnam noile notiuni si entitati, in vederea folosirii lor cat mai comode in etapele urmatoare. Astfel emerge componenta artificiala a limbajului matematic. sub aspect istoric, acest fenomen s-a accentuat pe vremea lui Galilei si a lui Newton, accelerandu-se apoi si atingand apogeul in secolul trecut.